

## Correction des exercices

### Exercice 1

1- La quantité de matière de l'hélium (He).

$$n(\text{He}) = \frac{m(\text{He})}{M(\text{He})} = \frac{2}{4} = 0,5 \text{ mol}$$

2- Les capacités thermiques molaires  $C_V$  et  $C_P$

$$\begin{aligned} \begin{cases} C_P - C_V = R \\ \frac{C_P}{C_V} = \gamma \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} C_P - C_V = R \\ C_P = \gamma \cdot C_V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \gamma \cdot C_V - C_V = R \\ C_P = \gamma \cdot C_V \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} C_V(\gamma - 1) = R \\ C_P = \gamma \cdot C_V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_V = \frac{R}{(\gamma - 1)} \\ C_P = \gamma \cdot \frac{R}{(\gamma - 1)} \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} C_V = \frac{8,32}{(5/3 - 1)} = 12,48 \\ C_P = 5/3 \cdot \frac{8,32}{(5/3 - 1)} = 20,8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_V = 12,48 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\ C_P = 20,8 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \end{cases} \end{aligned}$$

3- L'équation de Laplace lors d'une transformation réversible adiabatique  $P \cdot V^\gamma$   
Donc

$$P \cdot V^\gamma = \text{cte} \Rightarrow P_2 \cdot V_2^\gamma = P_1 \cdot V_1^\gamma \Rightarrow V_2^\gamma = \frac{P_1 \cdot V_1^\gamma}{P_2} \Rightarrow V_2 = V_1 \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{1/\gamma}$$

$$V_2 = 10 \text{ L} \cdot \left( \frac{1 \text{ atm}}{3 \text{ atm}} \right)^{1/5} = 5,17 \text{ L}$$

Le volume final :

$$\mathbf{V_2=5,17L}$$

4- On sait que

$$\delta W = -P \cdot dV \Rightarrow \delta W = -P \cdot V^\gamma \cdot \frac{dV}{V^\gamma} \Rightarrow W = \int -P \cdot V^\gamma \cdot \frac{dV}{V^\gamma} \quad \text{et on } P \cdot V^\gamma = \text{cte}$$

$$\Rightarrow W = -P \cdot V^\gamma \int \frac{dV}{V^\gamma} \Rightarrow W = -P \cdot V^\gamma \int_1^2 \frac{dV}{V^\gamma} \Rightarrow W = -P \cdot V^\gamma \int_1^2 V^{-\gamma} \cdot dV \Rightarrow W = -P \cdot V^\gamma \left[ \frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} \right]_1^2$$

$$\Rightarrow W = - \left[ \frac{P \cdot V^\gamma \cdot V^{-\gamma+1}}{1-\gamma} \right]_1^2 \Rightarrow W = - \left[ \frac{P \cdot V}{1-\gamma} \right]_1^2 \Rightarrow W = - \left[ \frac{P_2 \cdot V_2 - P_1 \cdot V_1}{1-\gamma} \right]$$

On a  $P_1 = 1 \text{ atm}$  et  $P_2 = 3 \text{ atm}$  et  $1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$

$V_1 = 10 \text{ L}$  et  $V_2 = 5,17 \text{ L}$  et  $1 \text{ L} = 10^{-3} \text{ m}^3$

Donc

$$W = - \left[ \frac{P_2 \cdot V_2 - P_1 \cdot V_1}{1 - \gamma} \right] \Rightarrow W = - \left[ \frac{(3.5,17 - 1.10) 101325 \cdot 10^{-3}}{1 - \frac{5}{3}} \right] = 837,45 J$$

Le travail reçu par le gaz :

$$W = 837,45 J$$

5- On sait que

$$dU = \delta Q + \delta W \Rightarrow \Delta U = Q + W$$

Pour une transformation adiabatique  $Q = 0$

$$\text{donc : } \Delta U = 0 + W$$

$$= 837,45 J$$

La variation d'énergie interne du gaz

$$\Delta U = 837,45 J$$

6- On déduire la variation de température du gaz  $\Delta T$ , sans calculer la température  $T_1$ .  
d'après la Loi de Joule

$$dU = n C_v dT \Rightarrow \Delta U = n C_v \Delta T$$

$$\begin{aligned} \text{donc : } \Delta T &= \frac{\Delta U}{n C_v} \\ &= \frac{837,45}{0,5 \cdot 12,48} \\ &= 134,20 K \end{aligned}$$

la variation de température du gaz  $\Delta T = 134,20 K$

7-

on sait que

$$dH = n C_p dT \Rightarrow \Delta H = n C_p \Delta T$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow &= 0,5 \cdot 20,8 \cdot 134,20 \\ &= 1395,68 J \end{aligned}$$

La variation de l'enthalpie  $\Delta H$  du gaz lors de cette transformation :  $\Delta H = 1395,68 J$

1- La transformation BC isochore volume constant  $V_B = V_C$

2- On sait que :

$$\begin{aligned} n &= \frac{P_A \cdot V_A}{R \cdot T_A} \\ &= \frac{10^5 \cdot 10^{-2}}{8,32 \cdot 300} \\ &= 0,4 \text{ mol} \end{aligned}$$

Le nombre de moles de ce gaz :  **$n=0,4 \text{ mol}$**

3- La transformation AB est adiabatique, L'équation de Laplace lors d'une transformation réversible adiabatique :

$$P \cdot V^\gamma = \text{cte} \Rightarrow P_B \cdot V_B^\gamma = P_A \cdot V_A^\gamma \Rightarrow P_B = \frac{P_A \cdot V_A^\gamma}{V_B^\gamma} \Rightarrow P_B = P_A \left( \frac{V_A}{V_B} \right)^\gamma$$

on a  $V_B = 2V_A$  et  $\gamma = 1,4$  et  $P_A = 10^5 \text{ Pa}$

$$P_B = 10^5 \cdot \left( \frac{V_A}{2V_A} \right)^{1,4} = 3,79 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

Donc la valeur de la pression  **$P_B = 3,79 \cdot 10^4 \text{ Pa}$**

D'après l'équation d'état d'un gaz parfait

$$\begin{aligned} P_B \cdot V_B &= n \cdot R \cdot T_B \Rightarrow T_B = \frac{P_B \cdot V_B}{n \cdot R} \\ &= \frac{3,79 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{0,4 \cdot 8,32} \\ &= 227,76 \text{ K} \end{aligned}$$

Donc la valeur de la température  **$T_B = 227,76 \text{ K}$**

4- La transformation BC isochore :  $V_C = V_B$  et on a  $V_B = 2V_A$

La transformation CA isotherme :  $T_C = T_A$

D'après l'équation d'état d'un gaz parfait

$$\begin{aligned}
P_C \cdot V_C &= n \cdot R \cdot T_C \Rightarrow P_C = \frac{n \cdot R \cdot T_C}{V_C} \\
&= \frac{n \cdot R \cdot T_A}{2V_A} \\
&= \frac{1}{2} \left( \frac{n \cdot R \cdot T_A}{V_A} \right) \\
&= \frac{1}{2} P_A \\
&= \frac{1}{2} \cdot 10^5 \text{ Pa} \\
&= 5 \cdot 10^4 \text{ Pa}
\end{aligned}$$

Donc la pression de  **$P_C = 5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$**

5- La transformation BC est isochore, et on sait que

$$\delta W_{BC} = -P \cdot dV \text{ et on } V_B = V_C \text{ donc } dV = 0$$

$$W_{BC} = \int -P \cdot dV = 0$$

Donc  **$W_{BC} = 0$**

6-

d'après la Loi de Joule

$$dU = n C_V dT \Rightarrow \Delta U_{BC} = n C_V \Delta T$$

$$\Rightarrow = n C_V (T_C - T_B) \quad \text{et on } \frac{C_P}{C_V} = \gamma \Rightarrow C_V = \frac{C_P}{\gamma}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{BC} = n \frac{C_P}{\gamma} (T_C - T_B)$$

$$\Rightarrow = 0,4 \cdot \frac{29}{1,4} (300 - 227,76)$$

$$\Rightarrow = 598,56 \text{ J}$$

La variation d'énergie interne :  **$\Delta U_{BC} = 598,56 \text{ J}$**

On sait que

$$\text{donc : } \Delta U_{BC} = Q_{BC} + W_{BC}$$

$$= Q_{BC} + 0$$

$$= Q_{BC}$$

$$\text{donc : } Q_{BC} = \Delta U_{BC} = 598,56 \text{ J}$$

Donc la quantité de chaleur :  **$Q_{BC} = 598,56 \text{ J}$**

7-

d'après la Loi de Joule

$$dU = n C_V dT \Rightarrow \Delta U_{AC} = n C_V \Delta T \quad \text{et on a } T_C = T_A$$

$$\Rightarrow = n C_V (T_A - T_C)$$

$$\Rightarrow \Delta U_{BC} = 0$$

Donc :  $\Delta U_{CA}=0$

8-

D'après le premier principe de au cycle ABCA on a :

$$\Delta U_{cycle} = \Delta U_{AA} \text{ et on sait que : } \Delta U_{cycle} = 0$$

donc:

$$\begin{aligned}\Delta U_{cycle} &= \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0 \\ &= (Q_{AB} + W_{AB}) + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} \text{ et on a } Q_{AB} = 0 \text{ transformation adiabatique} \\ W_{AB} &= -(\Delta U_{BC} + \Delta U_{CA}) \\ &= -(598,56 + 0) \\ &= -598,56 \text{ J}\end{aligned}$$

Le travail  $W_{AB}$  reçu par le gaz lors de la détente adiabatique AB :  $W_{AB} = -598,56 \text{ J}$

9-

Première méthode

On sait que

$$\begin{aligned}dH &= nC_p dT \Rightarrow \Delta H = nC_p \Delta T \quad \text{donc} \\ &\Rightarrow \Delta H_{AB} = nC_p (T_B - T_A) \\ &\Rightarrow \Delta H_{BC} = nC_p (T_C - T_B)\end{aligned}$$

et on a  $T_C = T_A$  donc :

$$\begin{aligned}&\Rightarrow \Delta H_{BC} = nC_p (T_A - T_B) \\ &\Rightarrow \Delta H_{BC} = -nC_p (T_B - T_A) \\ &\Rightarrow \Delta H_{BC} = -\Delta H_{AB}\end{aligned}$$

Deuxième méthode

L'enthalpie H est fonction d'état donc :

$$\begin{aligned}\Delta H_{cycle} &= \Delta H_{AB} + \Delta H_{BC} + \Delta H_{CA} = 0 \\ \text{et on a } \Delta H_{CA} &= nC_p (T_A - T_C) = 0 \text{ car } T_A = T_C \\ \text{donc : } \Delta H_{AB} + \Delta H_{BC} + 0 &= 0 \\ &\Rightarrow \Delta H_{BC} = -\Delta H_{AB}\end{aligned}$$