

Et d'après la relation (2) $\frac{Q_2}{Q_1} = -\frac{T_2}{T_1}$ donc :

$$\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

$$= 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

et on a : $T_1 = \theta_1 + 273,14 = 550 + 273,14 = 823,14K$

et $T_2 = \theta_2 + 273,14 = 250 + 273,14 = 523,14K$

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$= 1 - \frac{523,14}{823,14}$$

$$\eta = 0,3644 = 36,44\%$$

5- Par définition la relation entre l'efficacité réelle et l'efficacité maximale est :

$$P = \frac{\eta_{réelle}}{\eta}$$

$$\Rightarrow \eta_{réelle} = P \cdot \eta$$

$$= 0,736,44$$

$$= 0,2551$$

$$= 25,51\%$$

Exercice 2

1- D'après la figure on a:

$P_A \succ P_B$ et l'équation d'état du gaz parfait $PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V}$

$P_A = \frac{nRT_A}{V_A} \succ P_B = \frac{nRT_B}{V_B}$ et on a $V_A = V_B$

$\frac{T_A}{V_A} \succ \frac{T_B}{V_B} \Rightarrow \frac{T_A}{V_A} \succ \frac{T_B}{V_A} \Rightarrow T_A \succ T_B$ et on a $T_1 \succ T_2$

$T_A = T_1 \succ T_B = T_2$

2- Les transformations isochores AB et CD

Les transformations isothermes BC et DA

3.1- La transformation AB isochore $V_A = V_B$

$W_{AB} = -\int P.dV = 0$

et d'après Premier principe de la thermodynamique

$$\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB}$$

$$= 0 + Q_{AB}$$

$$\text{et on a } \Delta U_{AB} = n.C_V \Delta T = n.C_V (T_B - T_A) = n.C_V (T_2 - T_1)$$

$$\text{donc: } Q_{AB} = n.C_V (T_2 - T_1)$$

La transformation BC isotherme $T_B = T_C = T_2$:

Et $V_C = 3V_B$

$$\begin{aligned} W_{BC} &= -\int P.dV = -\int \frac{nRT}{V}.dV = -nRT_2 \int_B^C \frac{dV}{V} \\ &= -nRT_2 [\ln V]_{V_B}^{V_C} = -nRT_2 [\ln V_C - \ln V_B] = -nRT_2 \ln \left(\frac{V_C}{V_B} \right) = -nRT_2 \ln \left(\frac{V_{\max}}{V_{\min}} \right) \\ &= -nRT_2 \ln(3) \end{aligned}$$

On a

$$dU_{BC} = n.C_V dT$$

$$= 0 \quad \text{car la transformation est isotherme}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{BC} = Q_{BC} + W_{BC} = 0$$

$$\text{donc: } Q_{BC} = -W_{BC} = -(-nRT_2 \ln(3)) = nRT_2 \ln(3)$$

La transformation CD isochore $V_C = V_D$

$$W_{CD} = -\int P.dV = 0$$

et d'après le premier principe de la thermodynamique

$$\Delta U_{CD} = W_{CD} + Q_{CD}$$

$$= 0 + Q_{CD}$$

$$\text{et on a } \Delta U_{CD} = n.C_V \Delta T = n.C_V (T_D - T_C) = n.C_V (T_1 - T_2)$$

$$\text{donc: } Q_{CD} = n.C_V (T_1 - T_2)$$

La transformation BC isotherme $T_D = T_A = T_1$:

Et $V_A = 3V_D$

$$\begin{aligned} W_{DA} &= -\int P.dV = -\int \frac{nRT}{V}.dV = -nRT_1 \int_D^A \frac{dV}{V} \\ &= -nRT_1 [\ln V]_{V_D}^{V_A} = -nRT_1 [\ln V_A - \ln V_D] = -nRT_1 \ln \left(\frac{V_A}{V_D} \right) = -nRT_1 \ln \left(\frac{V_{\min}}{V_{\max}} \right) = -nRT_1 \ln \left(\frac{1}{3} \right) \\ &= nRT_1 \ln(3) \end{aligned}$$

On a

$$dU_{DA} = n.C_V dT$$

$$= 0 \quad \text{car la transformation est isotherme}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{DA} = Q_{DA} + W_{DA} = 0$$

$$\text{donc: } Q_{DA} = -W_{DA} = -(nRT_1 \ln(3)) = -nRT_1 \ln(3)$$

3.2- et

$$W_{AB} = -\int P.dV = 0$$

et

$$\begin{aligned} Q_{AB} &= n.C_v(T_2 - T_1) \\ &= 1.21.(276 - 293) \\ &= -357J \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} W_{BC} &= -nRT_2 \ln(3) \\ &= -1.8,32.276 \ln(3) \\ &= -2522.76J \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{BC} &= -W_{BC} \\ &= 2522.76J \end{aligned}$$

3.3-

$$\begin{aligned} W_{cycle} &= W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} \\ &= 0 - nRT_2 \ln(3) + 0 + nRT_1 \ln(3) \\ &= nR \ln(3)(T_1 - T_2) \\ &= 1.8,32 \ln(3)(293 - 276) \\ &= 155,38J \end{aligned}$$

Méthode 1 : Puis que $W_{cycle} > 0$, le cycle est récepteur.

Méthode 2 : le cycle est décrit dans le sens trigonométrique.

4- Pour un récepteur la chaleur de la source froide isotherme est positive, on a pour les deux températures :

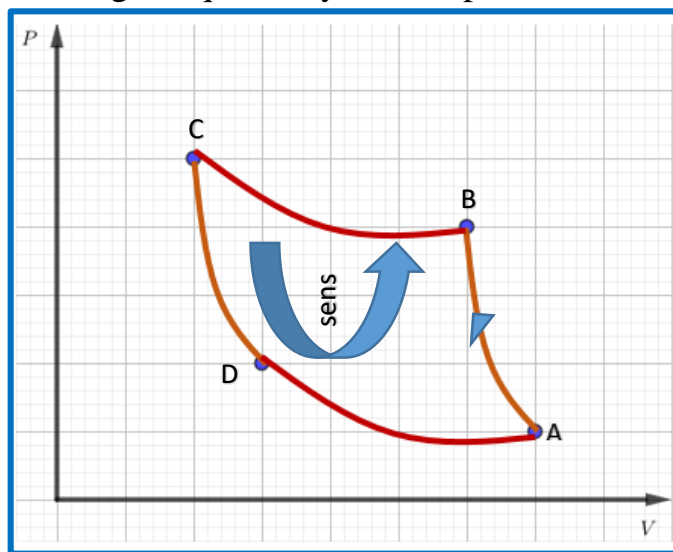
$$T_1 = 276K \quad ; \quad Q_{BC} = 2522,76J$$

$$T_2 = 293K \quad ; \quad Q_{DA} = -2678,15J$$

$$\text{Donc } Q_f = Q_{BC} = 2522,76J$$

Exercice 3

1- Le cycle de la machine frigorifique un cycle récepteur de sens **trigonométrique**.



$$\Delta U_{cycle} = Q_{cycle} + W_{cycle} \quad W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$$

$$0 = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA} + W_{cycle} \quad \text{on a } W_{cycle} = W$$

$$= 0 + Q_2 + 0 + Q_1 + W \quad \text{les transformations adiabatiques AB et CD : } Q_{AB} = Q_{CD} = 0$$

$$W = -(Q_2 + Q_1) \quad (1)$$

$$\Delta S_{cycle} = \int \frac{\delta Q_1}{T_1} + \int \frac{\delta Q_2}{T_2} = 0 \quad \text{et on a } T_1 = cte \quad \text{et } T_2 = cte$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{T_1} \int \delta Q_1 + \frac{1}{T_2} \int \delta Q_2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{T_1} Q_1 + \frac{1}{T_2} Q_2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{Q_1}{Q_2} = -\frac{T_1}{T_2}$$

$$\Rightarrow \quad Q_1 = -\frac{T_1}{T_2} Q_2 \quad (2)$$

d'après les relations (1) et (2)

$$W = -(Q_1 + Q_2)$$

$$= -\left(-\frac{T_1}{T_2} Q_2 + Q_2\right)$$

$$= -Q_2 \left(-\frac{T_1}{T_2} + 1\right)$$

$$= Q_2 \left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right)$$

$$W = Q_2 \left(\frac{T_1 - T_2}{T_2}\right) \quad (3)$$

3. coefficient d'efficacité théorique de la machine au Cours d'un cycle réversible.

$$\beta_{rév} = \frac{Q_2}{W}$$

D'après la relation (3)

$$\begin{aligned}
\beta_{rév} &= \frac{Q_2}{W} \\
&= \frac{Q_2}{Q_2 \left(\frac{T_1 - T_2}{T_2} \right)} \\
&= \frac{1}{\left(\frac{T_1 - T_2}{T_2} \right)} \\
&= \frac{T_2}{(T_1 - T_2)}
\end{aligned}$$

Application numérique

$$\begin{aligned}
\beta_{rév} &= \frac{273}{298 - 273} \\
&= 10,92
\end{aligned}$$

4.a. on a

$$\begin{aligned}
W' &= -(Q_1 + Q_2) \quad \text{et} \quad \frac{Q_2}{Q_1} = -\lambda \frac{T_2}{T_1} \text{ donc} \\
&= -\left(-\frac{T_1}{\lambda T_2} Q_2 + Q_2\right) \\
&= -Q_2 \left(-\frac{T_1}{\lambda T_2} + 1\right) \\
&= Q_2 \left(\frac{T_1}{\lambda T_2} - 1\right) \\
W &= Q_2 \left(\frac{T_1 - \lambda T_2}{\lambda T_2}\right)
\end{aligned}$$

4.b.

$$\begin{aligned}
\beta_{irre} &= \frac{Q_2}{W'} \\
&= \frac{Q_2}{Q_2 \left(\frac{T_1 - T_2}{T_2} \right)} \\
&= \frac{1}{\left(\frac{T_1 - \lambda T_2}{\lambda T_2} \right)} \\
&= \frac{\lambda T_2}{(T_1 - \lambda T_2)}
\end{aligned}$$

Application numérique

$$\begin{aligned}
\beta_{irre} &= \frac{0,8.273}{298 - 0,8.273} \\
&= 2,74
\end{aligned}$$

Donc $\beta_{irre} < \beta_{rév}$