

EXERCICES DE PROBABILITE

Correction de TD1 : Analyse combinatoire

Exercice 1 :

Soit l'expérience aléatoire : « On lance un dé cubique honnête ».

1. Donner l'univers associé Ω à cette expérience aléatoire. **Sol** $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
2. Ensuite écrivez les événements suivants comme des sous-ensembles de l'univers Ω :
 - « **A** :Le score obtenu est un nombre impair. » **Sol** $A = \{1; 3; 5\}$
 - « **B** :Le score obtenu est au plus 2 » **Sol** $B = \{1; 2\}$
 - « **C** :Le score obtenu est 6 » **Sol** $C = \{6\}$
 - « **D** :le score obtenu est pair (n'est pas impair)». **Sol** $D = \bar{A} = \{2; 4; 6\}$
 - « **E** :le score obtenu est au moins 3 ». **Sol** $E = \bar{B} = \{3; 4; 5; 6\}$
 - « **F** :le score obtenu n'est ni 4 ni 6 ». **Sol** $F = \{1; 2; 3; 5\}$
 - « **G** :le score obtenu n'est ni 3 ni 5 ». **Sol** $G = \{1; 2; 4; 6\}$

3. Déterminer :

$$\bar{A} \cap B = \{2\} ; \bar{A} \cap C = \{6\} ; A \cap B = \{1\} ; A \cap C = \emptyset ; \overline{(A \cup B \cup C)} = \bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C} = \{4\} .$$

Exercice 2 :

On permute les lettres du mot « PROBABILITE ».

- (i) Quel est le nombre de mots (résultats possibles) ?
- (ii) Quel est le nombre de mots commençant par P ?

Solution

(i) Il s'agit d'une permutation avec répétition:

L'effectif : combien on a d'éléments « 11 » ? Combien on prend « 11 » ? **les lettres B et I sont**

répétées deux fois : $\frac{11!}{2!2!} = 24$

(ii) $\frac{10!}{2!2!}$

Exercice 3 :

On doit asseoir 7 étudiants discernables sur 7 chaises discernables.

- (i) Quel est le nombre de possibilités?
- (ii) Quel est le nombre de possibilités sachant que la personne n° 4 est sur la chaise n° 5 ou 6 ?

Solution :

(i) Il s'agit d'une permutation : de 7 parmi 7, Ordonné et Sans remise.

Alors le nombre de résultats possibles est : $7!$

(ii) Deux cas incompatibles :

Cas1 : Le nombre de possibilités sachant que la personne n° 4 est sur la chaise n° 5 : $6!$

Cas2 : Le nombre de possibilités sachant que la personne n° 4 est sur la chaise n° 6 : $6!$

On applique la règle de la somme, le nombre de possibilités sachant que la personne n° 4 est sur la chaise n° 5 ou 6 : $6! + 6!$

Exercice 4 :

On a 3 boules (numérotées 1; 2; 3) dans une urne. On effectue dans cette urne cinq tirages successifs avec remise et on note le nombre de fois à chaque boule est apparue.

(i) Quel est le nombre de résultats possibles ?

(ii) quel est le nombre de résultats sachant que la boule n°2 n'est pas apparue ?

(iii) quel est le nombre de résultats sachant que chaque boule est apparue au moins une fois ?

Solution

(i) Une disposition : de 5 parmi 3 « $n=3$ » « $p=5$ » ; Non ordonné ; Avec remise.

Alors le nombre de résultats possibles est :

$$C_{3+5-1}^5 = \frac{(3+5-1)!}{5!(3-1)!} = \frac{7!}{5!2!} = \frac{7!}{5!2!} = 21$$

(ii) Une disposition : de 5 parmi 2 « $n=2$ » « $p=5$ » ; Non ordonné ; Avec remise.

Le nombre de résultats sachant que la boule n°2 n'est pas apparue :

$$C_{2+5-1}^5 = \frac{(2+5-1)!}{5!(2-1)!} = \frac{6!}{5!1!} = \frac{6!}{5!} = 6$$

(iii) Une disposition : de 2 parmi 3 « $n=3$ » « $p=2$ » ; Non ordonné ; Avec remise.

$$C_{3+2-1}^2 = \frac{(3+2-1)!}{2!(3-1)!} = \frac{4!}{2!2!} = 6$$

Exercice 5 :

On lance une pièce de monnaie équilibrée quatre fois de suite et on note dans l'ordre l'apparition de PILE ou FACE:

(i) Quel est le nombre de suites de PILE ou FACE obtenues ?

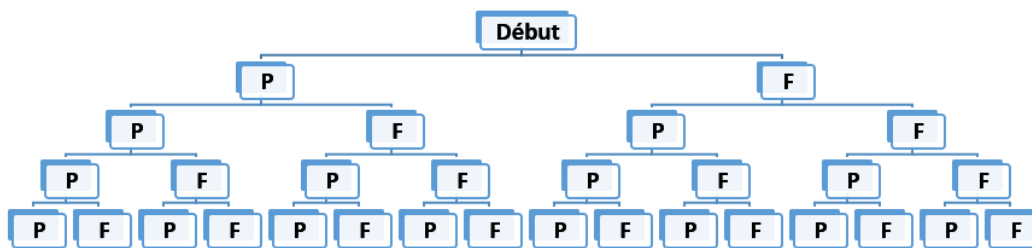
(ii) Quel est le nombre de suites comportant deux PILE ?

(iii) Quel est le nombre de suites comportant au moins deux PILE ?

(iv) Quel est le nombre de suites comportant au moins un PILE et un FACE ?

Solution :

(i) Quel est le nombre de suites de PILE ou FACE obtenues ?



Une disposition : de 4 parmi 2 « n=2 » « p=4 » ; ordonné ; avec remise. $2^4 = 16$

(ii) Quel est le nombre de suites comportant deux PILE (exactement) ?

- | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| PPPP | PFPP | FPPP | FFPP |
| PPPF | PFPF | FPPF | FFPF |
| PPFP | PFFP | FPFP | FFFP |
| PPFF | PFFF | FPFF | FFFF |

Une disposition : de 2 parmi 4 « n=4 » « p=2 » ; non ordonné ; sans remise.

$$C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!2!} = 6$$

(iii) Quel est le nombre de suites comportant au moins deux PILE ?

Passage au complémentaire : « Le nombre de suites comportant 0 ou un PILE »

- Le nombre de suites comportant 0 PILE = 1 possibilité

- Le nombre de suites comportant un PILE = $C_4^1 = \frac{4!}{1!(4-1)!} = \frac{4!}{3!} = 4$

Alors le nombre de suites comportant au moins deux PILE est : $2^4 - 1 - 4 = 16 - 5 = 11$

(iv) Quel est le nombre de suites comportant au moins un PILE et un FACE ?

Passage au complémentaire : « Le nombre de suites comportant (0 PILE) ou (0 FACE) »

- Le nombre de suites comportant 0 PILE = 1 possibilité

- Le nombre de suites comportant 0 FACE = 1 possibilité

Alors le nombre de suites comportant au moins un PILE et un FACE est : $2^4 - 2 = 14$

Exercice 6 :

On lance trois dés clairs identiques de 5 faces discernables et on note le nombre de fois à chaque face est apparue.

(i) Quel est le nombre de résultats possible ?

(ii) Quel est le nombre de résultats comportant 2 fois la face 2 ?

Solution :

(i) Quel est le nombre de résultats possible ?

Une disposition : de 3 parmi 5 « n=5 » « p=3 » ; non ordonné ; avec remise.

$$C_{5+3-1}^3 = \frac{7!}{3!4!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2} = 35$$

(ii) Quel est le nombre de résultats comportant 2 fois la face 2 ?

Une disposition : de 1 parmi 4 « n=4 » « p=1 » ; non ordonné ; sans remise.

$$C_4^1 = 4$$

Exercice 7 :

Combien de nombres de 4 chiffres peut-on former avec les dix chiffres 0, 1, 2, ..., 9 ?

NB. Zéro ne peut pas commencer un nombre.

(i) Avec répétitions ;

(ii) Sans répétitions ;

(iii) Si le dernier chiffre doit être zéro et sans répétitions.

Solution :

(i) Avec répétitions ;

4 parmi 10, ordonné, avec répétitions : 10^4

Remarque bien que Zéro ne peut pas commencer un nombre.

Il faut éliminer les nombres qui commencent par Zéro.

Les nombres qui commencent par Zéro c'est une disposition de 3 parmi 10, ordonné, avec répétitions : 10^3

Alors le nombre de 4 chiffres peut-on former avec les dix chiffres 0, 1, 2, ..., 9 est :

$$10^4 - 10^3 = 9000$$

(ii) Sans répétitions ;

4 parmi 10, ordonné, sans répétitions : $A_{10}^4 = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$

Remarque bien que Zéro ne peut pas commencer un nombre.

Il faut éliminer les nombres qui commencent par Zéro.

Les nombres qui commencent par Zéro c'est une disposition de 3 parmi 9, ordonné, sans

répétitions : $A_9^3 = \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9!}{6!} = 9 \times 8 \times 7 = 504$

Alors le nombre de 4 chiffres peut-on former avec les dix chiffres 0, 1, 2, ..., 9 est :

$$A_{10}^4 - A_9^3 = 5040 - 504 = 4536$$

(iii) Si le dernier chiffre doit être zéro et sans répétitions.

Les nombres qui terminent par Zéro c'est une disposition de 3 parmi 9, ordonné, sans

$$\text{répétitions : } A_9^3 = \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9!}{6!} = 9 \times 8 \times 7 = 504$$

Exercice 8 :

Dans un magasin, les clients ont le choix de payer à différentes caisses. De combien de façons différentes peuvent se répartir :

(i) 5 clients à 3 caisses ?

(ii) 2 clients à 6 caisses ?

Solution :

(i) Une disposition : de 5 parmi 3 « $n=3$ » « $p=5$ » ; ordonné ; avec remise.

Alors le nombre de résultats possibles est :

$$3^5 = 243$$

(ii) Une disposition : de 2 parmi 6 « $n=6$ » « $p=2$ » ; ordonné ; avec remise.

Alors le nombre de résultats possibles est :

$$6^2 = 36$$

Exercice 9 :

Une ligue de football comprend 6 équipes. Combien de parties doivent se jouer dans une saison si chacune des équipes rencontre l'autre une fois à domicile ?

Solution

Une disposition : de 2 parmi 6 « $n=6$ » « $p=2$ » ; ordonné ; sans remise.

Alors le nombre de résultats possibles est :

$$A_6^2 = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{6!}{4!} = 6 \times 5 = 30.$$

Chapitre 2

Calcul de probabilités

Le calcul de probabilités, tel qu'il s'est cristallisé au fil des siècles, représente une avancée remarquable de la science, tant sur le plan mathématique théorique que du point de vue de ses nombreuses applications. D'où la nécessité de son enseignement dans la plupart des cursus universitaires est incontestée.

2.1 Expérience aléatoire et événements.

Définition 2.1.1 1- Une expérience est dite aléatoire lorsqu'elle a plusieurs issues possibles et connues, dont on ne peut pas prévoir laquelle sera réalisée.

2- Chaque issue obtenue par une expérience aléatoire est appelée éventualité.

3- L'ensemble de toutes les éventualités constitue l'univers des éventualités et on le note Ω .

Définition 2.1.2 Tout sous-ensemble A de Ω , est appelé événement. Le nombre d'éléments de A est noté $\text{card}(A)$.

Cas particuliers:

- ▶ L'ensemble vide \emptyset est appelé *événement impossible*.
- ▶ L'univers des éventualités Ω est appelé *événement certain*.
- ▶ Tout événement contenant une seule éventualité, est appelé *événement élémentaire*.

Opérations sur les événements:

- L'événement $A \cap B$ (se lit A et B), est l'ensemble des issues qui réalisent à la fois A et B .
- L'événement $A \cup B$ (se lit A ou B), est l'ensemble des issues qui réalisent A ou B .

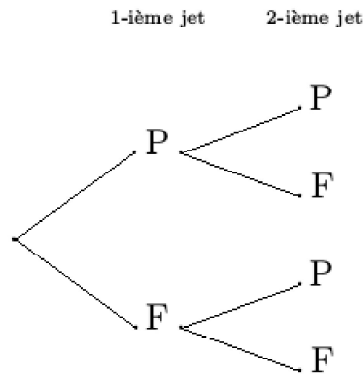
Définition 2.1.3 Soient A et B deux événements d'un univers Ω .

1- Si $A \cap B = \emptyset$, alors on dit que A et B sont incompatibles.

2- Si $A \cap B = \emptyset$ et $A \cup B = \Omega$, alors B est appelé événement complémentaire ou contraire de A , et on écrit $B = \bar{A}$.

Exemple: On lance une pièce de monnaie deux fois successives.

- Cette expérience est aléatoire.
- L'arbre des éventualités est:



- L'univers des événements est $\Omega = \{PP; PF; FP; FF\}$.
- A : "avoir la même face" est l'événement $\{PP; FF\}$.
 B : "obtenir P en 1er jet" est l'élément $\{PP; PF\}$.
 C : "obtenir deux faces différentes" est l'événement $\{PF; FP\}$.
- $A \cap B = \{PP\}$ et $A \cup B = \{PP; FF; PF\}$.
- $A \cap C = \emptyset$ et $A \cup C = \{PP; FF; PF; FP\} = \Omega$. Donc $C = \bar{A}$.
- $\{PP\}$, $\{PF\}$, $\{FP\}$ et $\{FF\}$, sont des événements élémentaires.

2.2 Probabilité d'un événement et hypothèse d'équiprobabilité.

2.2.1 Probabilité d'un événement

Définition 2.2.1 Supposons que l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire est $\Omega = \{w_1; w_2; \dots; w_n\}$.

1- Si on associe à chaque issue w_i de Ω , un nombre p_i tel que $0 \leq p_i \leq 1$ pour tout $i \in \{1; 2; \dots; n\}$ et $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$., alors on dit qu'on a défini une probabilité P sur Ω .

2- Le nombre p_i est la probabilité de l'événement $\{w_i\}$ et on écrit $P(\{w_i\}) = p_i$.

3- Le couple $(\Omega; P)$ est appelé espace probabiliste fini.

Exemple: Une pièce de monnaie est truquée de sorte que la probabilité d'obtenir pile est le double de celle d'obtenir une face.

On appelle p_1 la probabilité d'obtenir pile et p_2 celle d'obtenir face.

On a: $p_1 + p_2 = 1$. Or $p_1 = 2p_2$, donc: $2p_2 + p_2 = 1$. D'où $3p_2 = 1$.

Par conséquent:

$$p_2 = \frac{1}{3} \text{ et } p_1 = 1 - p_2 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

Définition 2.2.2 Soit P une probabilité définie sur l'univers d'éventualités Ω .

La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des issues qui le réalisent.

Application:

On considère un dé truqué tel que la probabilité d'apparition de la face portant le nombre 6 est égale à 11 fois la probabilité de chaque'une des autres faces.

1- Calculer la probabilité d'apparition de chaque face.

2- On lance ce dé une fois. Calculer la probabilité de A et B tels que:

A : "obtenir un nombre multiple de 3".

B : "obtenir un nombre pair".

Propriétés 2.2.1 Soit Ω l'univers d'éventualités d'une expérience aléatoire. Les propriétés suivantes sont satisfaites:

1)- $P(\emptyset) = 0$, $P(\Omega) = 1$ et pour tout événement A , on a: $0 \leq P(A) \leq 1$.

2)- Soient A et B deux événements. On a:

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

- Si A et B sont incompatibles ($A \cap B = \emptyset$), alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

Application: Soient A et B deux événements tels que $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$ et $P(A \cap B) = 0.3$.

Calculer $P(A \cup B)$, $P(\bar{A})$ et $P(\bar{A} \cup B)$.

2.2.2 Hypothèse d'équiprobabilité

Définition 2.2.3 Soit $\Omega = \{w_1; w_2; \dots; w_n\}$ l'univers d'éventualités d'une expérience aléatoire. Si tous les événements élémentaires ont la même probabilité (c'est à dire: $P(\{w_1\}) = P(\{w_2\}) = \dots = P(\{w_n\})$), alors on dit que l'hypothèse d'équiprobabilité est satisfaite, et on a:

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}, P(\{w_i\}) = \frac{1}{n}.$$

Exemples:

- 1- Si on lance un dé non truqué ou, bien équilibré, alors l'hypothèse d'équiprobabilité est satisfaite et chaque face a la probabilité $\frac{1}{6}$.
- 2- Si une urne contient 10 boules indiscernables au toucher, alors l'hypothèse d'équiprobabilité est satisfaite et chaque boule a la probabilité $\frac{1}{10}$.

Proposition 2.2.1 *Si l'hypothèse d'équiprobabilité est satisfaite dans une expérience aléatoire dont l'univers d'éventualités est Ω , alors la probabilité d'un événement A est:*

$$P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)}.$$

Application:

Une urne contient 5 boules rouges, 3 boules vertes et 2 boules jaunes, indiscernables au toucher. On tire 2 boules simultanément.

- 1- Calculer le nombre de cas possibles.
- 2- Calculer les probabilités des événements suivants:
 - A : "tirer deux boules de même couleur".
 - B : "tirer une et une seule boule jaune".
 - C : "tirer au moins une boule verte".

2.3 Probabilités conditionnelles et indépendance de deux événements.

2.3.1 Probabilités conditionnelles

Il est question de probabilités conditionnelles dès que nous sommes intéressés à la probabilité qu'un événement A se produise, sachant qu'un autre événement B est réalisé.

Définition 2.3.1 *Soient A et B deux événements d'un univers d'éventualités Ω tels que $P(A) \neq 0$.*

La probabilité conditionnelle de B sachant A , notée $P_A(B)$ ou $P(B/A)$, est le nombre

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A)}.$$

Remarque 2.3.1 *En quelque sorte, la probabilité $P_A(B)$ nous oblige à considérer A , plutôt que Ω , comme étant l'univers d'éventualités duquel nous étudions les chances de réalisation de A .*

Exemple: Un étudiant de la filière T.M., estime à 65% ses chances de réussir son cours de Probabilités, à 80% ses chances de réussir son cours de Comptabilité de gestion et à 50% ses chances de réussir les deux matières.

Notons A l'événement "l'étudiant réussit en Probabilité" et B l'événement "l'étudiant réussit en Comptabilité de gestion".

Calculons la probabilité que cet étudiant réussisse en Probabilité sachant qu'il a réussi le cours de Comptabilité de gestion.

Cette probabilité est

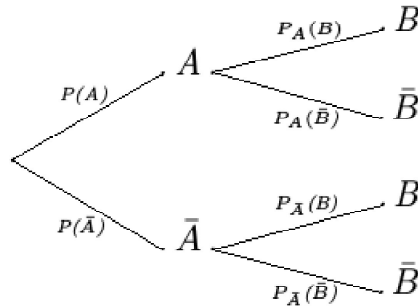
$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{50}{80} = 62.5\%.$$

Proposition 2.3.1 Soient A et B deux {événements dans un espace probabiliste fini $(\Omega; P)$, tels que $P(A) \neq 0$ et $P(B) \neq 0$. On a:

$$1- P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = P(B) \times P_B(A).$$

$$2- P(B) = P(A)P_A(B) + P(\bar{A})P_{\bar{A}}(B).$$

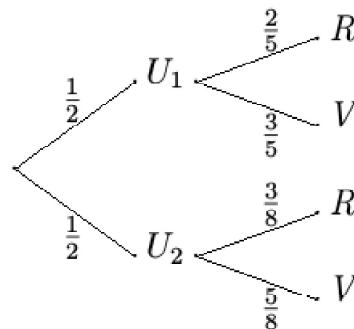
Arbre de probabilités: L'arbre suivante résume les différentes probabilités et probabilités conditionnelles. **Exemple:** On dispose de deux urnes U_1 et U_2 telles que U_1 contient



2 boules rouges et 3 boules vertes, et U_2 contient 3 boules rouges et 5 boules vertes.

On choisit d'une façon aléatoire une urne, et on tire d'elle une boule.

L'arbre de probabilités est la suivante: Donc la probabilité de tirer une boule verte est:



$$\begin{aligned} P(V) &= P(U_1)P_{U_1}(V) + P(U_2)P_{U_2}(V) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3}{10} + \frac{5}{16} \\
 &= \frac{49}{80}
 \end{aligned}$$

Application:

On considère les deux urnes U_1 et U_2 de l'exemple ci-dessus avec les mêmes nombres des boules dans chaque urne.

On tire une boule de l'urne U_1 et on la remet dans l'urne U_2 , ensuite on tire une boule de U_2 .

1- Tracer l'arbre de probabilités.

2- Calculer la probabilité de tirer une boule rouge.

3- Sachant que la boule tirée est verte, qu'elle est la probabilité que la boule tirée de U_1 soit rouge.

2.3.2 Indépendance de deux événements

Définition 2.3.2 On dit que deux événements sont indépendants si et seulement si la probabilité de la réalisation de l'un des deux est indépendante de la réalisation de l'autre et vice versa.

Proposition 2.3.2 Soient A et B deux événements. On a:

$$A \text{ et } B \text{ sont indépendants} \iff P(B) = P_A(B) \text{ (si } P(A) \neq 0)$$

$$\iff P(A) = P_B(A) \text{ (si } P(B) \neq 0)$$

$$\iff P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Application:

Un sac contient 9 boules: 3 rouges numérotés 1-2-3, 2 jaunes numérotées 1-2, et 4 bleus numérotées 1-2-3-4.

On tire de ce sac une boule.

On considère les événements suivants:

R : "la boule tirée est rouge".

U : "la boule tirée est numérotée 1".

T : "la boule tirée est numérotée 3".

1- Calculer $P(U)$, $P_R(U)$, $P(T)$ et $P_R(T)$.

2- U et R sont-ils indépendants? Et les événements T et R ?

TD

EXERCICE 1: Question de cours :

- Soient Ω un univers sur lequel est définie une probabilité P et A ; B et C des parties de Ω telles que $P(A) = \frac{2}{5}$; $P(B) = \frac{1}{5}$ et $P(C) = \frac{3}{10}$
 - Calculer $P(\bar{A})$ et $P(A \cup B)$, sachant que A et B sont incompatibles.
 - Calculer $P(A \cup C)$, sachant que $P(A \cap C) = \frac{1}{10}$.
 - Que peut-on dire de B et C si $P(B \cup C) = \frac{11}{25}$,

EXERCICE 2:

Un sac contient 5 jetons verts (numérotés de 1 à 5) et 4 jetons rouges (numérotés de 1 à 4).

- On tire successivement et au hasard 3 jetons du sac, sans remettre le jeton tiré.
 - Quel est le nombre de tirages possibles ?
 - Calculer la probabilité de chacune des événements suivants:
 - :"De ne tirer que 3 jetons verts"
 - :"De ne tirer aucun jeton vert"
 - :" De tirer au plus 2 jetons verts " ;
 - :" La somme des 3 nombres portés par les jetons tirées est égale à 8".
- On tire simultanément et au hasard 3 jetons du sac. Reprendre alors les questions a) et b)

EXERCICE 3:

On dispose de 3 pièces de monnaie :

La première est parfaitement équilibrée.

La seconde à 2 côtés pile.

La troisième est truquée de façon que la probabilité d'obtenir pile soit de $\frac{1}{4}$.

On tire une pièce au hasard, on la lance et elle donne pile.

Qu'elle est la probabilité d'avoir la seconde pièce?

EXERCICE 4:

Dans une certaine ville, 36 pour cent des familles possèdent un chien et 22 pour cent de celles qui ont un chien possèdent aussi un chat. De plus, 30 pour cent des familles ont un chat. Quelle est

- la probabilité qu'une famille sélectionnée au hasard possède un chien et un chat ;
- la probabilité conditionnelle qu'une famille choisie au hasard possède un chien sachant qu'elle a un chat ?

EXERCICE 5:

Un fabricant de téléphones portables se fournit en microprocesseurs auprès de deux entreprises A et B .

L'entreprise A fournit 55% des microprocesseurs, le reste étant fourni par l'entreprise B .

Il s'avère que 1% des microprocesseur provenant de l'entreprise A sont défectueux et 1,5% des microprocesseurs provenant de l'entreprise B sont défectueux.

On prélève au hasard un microprocesseur dans le stock du fabricant. Tous les microprocesseur ont la même probabilité d'être prélevés.

On considère les événements suivants :

- A " Le microprocesseur provient de l'entreprise A " .
- D " Le microprocesseur est défectueux "

1. Déduire des informations figurant dans l'énoncé les probabilités $P(A)$, $P(D/A)$.
2. Représenter la situation par un arbre de probabilités pondéré.
3. Calculer les probabilités $P(A \cap D)$ et $P(\bar{A} \cap D)$
4. Justifier que la probabilité de prélever un microprocesseur défectueux est 0,01225.
5. Calculer la probabilité que le microprocesseur provienne de l'entreprise B sachant qu'il est défectueux. Arrondir le résultat à 10^{-3}

EXERCICE 6:

L'entreprise possède actuellement deux chaînes de production, l'une pour des drones à deux hélices et l'autre pour des drones à 4 hélices.

Il arrive que les batteries des drones fabriqués aient un défaut et dans ce cas, on dira que les drones sont défectueuses.

On souhaite avoir une idée du pourcentage de drones défectueux sur l'ensemble de la production. On prélève 500 drones dans la production de l'entreprise et on obtient les résultats suivants:

- 300 drones possèdent deux hélices.
- Parmi les drones possédant deux hélices, 2% sont défectueux
- Parmi les drones à 4 hélices 96% ne présentent aucun défaut.

Un drone est choisi au hasard parmi les 500 drones prélevés.

On considère les événements suivants:

A : " Le drone possède deux hélices "

D : " Le drone est défectueux "

1. Donner la valeur des probabilités: $P(A)$, $P(\bar{A})$, $P(D/A)$ et $P(\bar{D}/\bar{A})$.
2. Représenter la situation par un arbre pondéré de probabilité.
3. Calculer la probabilité que le drone possède deux hélices et soit défectueux.
4. Montrer que la probabilité qu'un drone pris au hasard soit défectueux est égale à 0,028.
5. Sachant que le drone est défectueux, quelle est la probabilité qu'il possède 4 hélices? Arrondir le résultat au millième.

EX₅

la traduction des événements

• L'entreprise A fournit 55% des microprocesseurs $\Rightarrow P(A) = \frac{55}{100} = 0,55$

• Le reste étant fourni par l'entreprise B ($100 - 55 = 45$)

$$\Rightarrow P(B) = \frac{45}{100} = 0,45 \quad (B = \bar{A})$$

• 1% des microprocesseurs provenant de l'entreprise A sont défectueux : \Rightarrow la probabilité de microprocesseur

soit défectueux sachant qu'il provient de

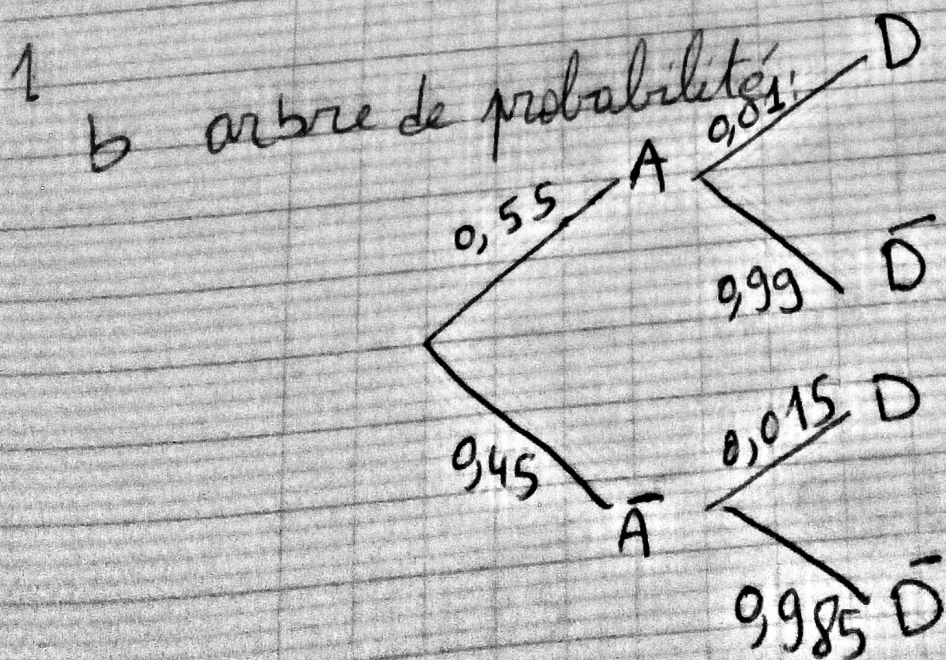
l'entreprise A est égale à $\frac{1}{100} = 0,01$

qui se traduit par $P_A(D)$: c'est la probabilité conditionnelle.

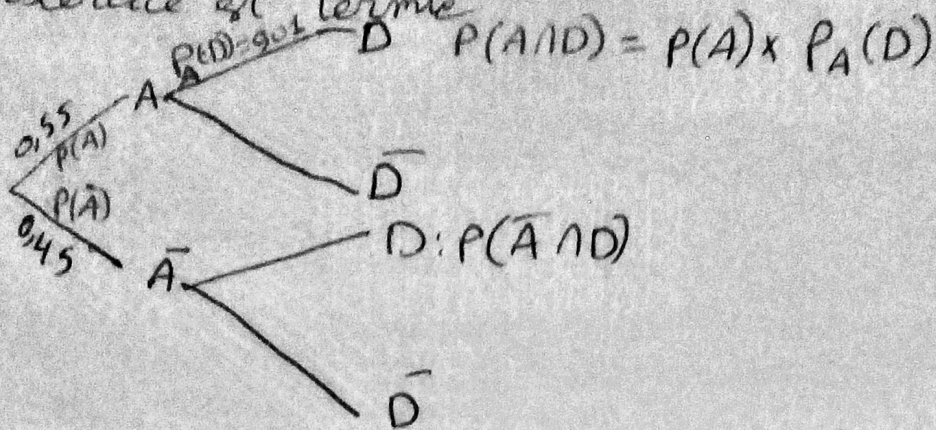
avec D est l'événement « le microprocesseur est défectueux ».

• 1,5 des microprocesseurs provenant de l'entreprise B sont défectueux : $\Rightarrow P_B(D) = \frac{1,5}{100} = 0,015$

$$= P_{\bar{A}}(D) \quad (\bar{A} = B)$$



C'est l'arbre de probabilités et bien faite alors l'exercice est terminé



$$P(A \cap D) = P(A) \times P_A(D)$$

$$2) P(A \cap D) = P_A(D) P(A) = 0,01 \times 0,55 = 0,0055$$

$$P(\bar{A} \cap D) = P_{\bar{A}}(D) \times P(\bar{A}) = 0,015 \times 0,45 = 0,00675$$

3) la probabilité de prélever un microprocesseur défectueux = $P(D)$

on appliquons le Théorème des probabilités Totale.

$$\begin{aligned} P(D) &= P(A \cap D) + P(\bar{A} \cap D) \\ &= 0,0055 + 0,00675 \\ &= 0,01225 \end{aligned}$$

4) cette question se traduit par le calcul de

$$P_D(\bar{A}) \cdot \text{ nous savons que } P_D(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap D)}{P(D)}$$

$$= \frac{0,00675}{0,01225} = 0,551$$